

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКА

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/ Нальгиева М. А.
от « 27 » 04 2026 г.

_____/ Мальсагов М.Х.
от « 28 » 04 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.09.03 Векторный и тензорный анализ

Направление подготовки (бакалавриат)

03.03.02 Физика
(код, наименование)

Направленность

Микроэлектроника
(наименование профиля, магистерской программы, специализации)

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения **очная**
(очная, заочная, очно-заочная)

1. Цели освоения дисциплины

1.1. Целью освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ» является освоение студентами одного из наиболее важных для физической науки разделов математики – векторного и тензорного анализа.

Курс «Векторный и тензорный анализ» позволяет студентам овладеть фундаментальными понятиями и методами современной математики, без знания которых невозможна дальнейшая профессиональная подготовка. При освоении данного курса у студентов формируются навыки грамотной постановки научных задач, решения задач с применением математического аппарата, систематизации полученных знаний.

1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля): получение базовых знаний по избранным главам некоторых разделов математики, а именно, векторного анализа и тензорной алгебры.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

2.1. Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» относится к математическому и естественнонаучному циклу дисциплин учебного плана по направлению 03.03.02 «Физика» и является составной частью группы предметов, объединенных в модуль «Математика» (код дисциплины Б1.О.09.03). «Векторный и тензорный анализ» имеет тесную взаимосвязь с остальными дисциплинами этого модуля. Она необходима для освоения таких дисциплин модуля, как «Математический анализ», «Уравнения математической физики». Дисциплина осваивается на 2 курсе (3 семестр).

2.2. Для изучения данной учебной дисциплины (модуля) необходимы следующие знания, умения и навыки, формируемые предшествующими дисциплинами (модулями):

- математический анализ
- аналитическая геометрия и линейная алгебра

Знания: алгебры, аналитической геометрии и математического анализа. Умения: вычислять производные и интегралы.

Навыки: построение трехмерных фигур.

2.3. Перечень последующих учебных дисциплин (модулей), для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной (модулем):

- обыкновенные дифференциальные уравнения
- электричество и магнетизм;
- квантовая теория.

Формы работы студентов - в ходе изучения дисциплины предусмотрены семинарские занятия, выполнение домашних работ. Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом, выполняется в ходе семестра в форме выполнения домашних заданий. Отдельные темы теоретического курса прорабатываются студентами самостоятельно в соответствии с планом самостоятельной работы и конкретными заданиями преподавателя с учетом индивидуальных особенностей студентов. Виды текущего контроля - проверка домашних заданий, устный опрос, проверка контрольной работы. Форма итогового контроля – зачет.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
------------------------	-----	--

ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
				Воспитательная деятельность	А/02.6	6
				Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	В/03.6	6

3. Результаты освоения дисциплины «Векторный и тензорный анализ»

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Наименование категории (группы) УК	Код, наименование универсальной компетенции	Код, наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. _____ задачу, выделяя ее базовые составляющие; Анализирует
		УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи;
		УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;
		УК-1.4. При обработке информации отличает фак-

		ты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения; УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
--	--	--

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями в области физико-математических наук, необходимыми для решения профессиональных задач. ОПК-1.2. Аргументированно применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера. ОПК-1.3. Обладает навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней естественнонаучных дисциплин.	Знает физические основы механики, молекулярной физики, природу колебаний и волн, основы термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, основы атомной и ядерной физики, понимает широту и ограниченность применения физики исследованию процессов и явлений в природе и обществе. Умеет использовать теоретические знания при объяснении результатов экспериментов, применять знания в области физики для освоения общепрофессиональных дисциплин и решения профессиональных задач, оценивает достоверность полученного решения задачи. Владеет навыками физических исследований, способен передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций в терминах предметной области знания.

4. Структура и содержание дисциплины «Векторный и тензорный анализ»

4.1. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов

Вид учебной работы	Всего	Порядковый номер семестра			
				3	
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	3 з.е.			3	
Курсовой проект (работа)	не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	36			36	
Лекции	18			18	
Практические занятия, семинары	18			18	
Лабораторные работы					
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	72			72	
КСР					
Экзамен					
Общая трудоемкость дисциплины	108			108	

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)							
			Контактная работа					Самостоятельная работа										
			Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Др. виды контакт. работы	Всего	Курсовая работа (проект)	Подготовка к экзамену	Другие виды самостоятельной работы	Собеседование	Коллоквиум	Проверка тестов	Проверка контрол. работ	Проверка доклада	Проверка эссе и иных творческих работ	курсовая работа (проект) др.
1.	Раздел 1. Элементы тензорной алгебры.	3	5	3	2			6			16							
2.	Раздел 2. Векторная функция скалярного переменного.	3	6	3	3			6			16							
3.	Раздел 3. Векторная функция многих скалярных аргументов.	3	6	3	3			6			16							
4.	Раздел 4. Скалярное поле.	3	5	3	2			5			5							
5.	Раздел 5. Векторное поле.	3	5	3	2			5			5							

6.	Раздел 6. Введению в теорию векторных и тензорных полей на дифференцируемом многообразии	3	5	3	2		6		14							
7.	Раздел 7. Контрольная работа	3	2	-	4		4		4							
	Общая трудоемкость, в часах	108		18	18		36		72	Промежуточная аттестация						
										Форма						
										Зачет						x
										Зачет с оценкой						
										Экзамен						

4.2. Содержание дисциплины

Раздел 1. Элементы тензорной алгебры

Векторы. Ковекторы. Линейные операторы. Теория инвариантов оператора. Полилинейные функции (формы). Свойства полилинейных кососимметрических форм. Представления билинейных и трилинейных кососимметрических форм. Понятие тензора типа (p,q) . Примеры.

Раздел 2. Векторная функция скалярного переменного

Предел векторной функции скалярного переменного, формальные свойства. Непрерывность векторной функции скалярного переменного. Производная векторной функции скалярного переменного, выражение в координатах. Свойства производной. Годограф. Геометрический смысл производной векторной функции скалярного переменного. Понятие гладкой регулярной кривой. Длина дуги кривой. Длина дуги как натуральный параметр. Производная векторной функции по натуральному параметру.

Раздел 3. Векторная функция многих скалярных аргументов

Векторная функция двух скалярных аргументов. Частные производные. Поверхность. Элементы дифференциальной геометрии поверхности: нормали и касательные. Первая квадратичная форма поверхности и ее применение.

Раздел 4. Скалярное поле

Поверхности и линии уровня скалярного поля. Дифференцируемость скалярного поля, градиент. Производная скалярного поля по направлению. Связь градиента с производной по направлению. Алгебраические и геометрические свойства градиента. Вычисления градиента и производной по направлению в координатах. Система обозначений Гамильтона.

Раздел 5. Векторное поле

Дифференцируемость векторного поля, дифференциальный оператор. Матрица дифференциального оператора в декартовых координатах. Производная векторного поля по направлению. Дивергенция векторного поля, свойства, вычисление в координатах. Поток векторного поля через поверхность. Теорема Гаусса-Остроградского. Выражение дивергенции через поток. Соленоидальные векторного поля и их признаки. Ротор векторного поля, его выражение в декартовых координатах и через гамильтониан. Формальные свойства ротора. Теорема Стокса. Потенциальные векторные поля. Различные признаки потенциальности. Некоторые полезные вычислительные формулы векторного анализа, в частности: дивергенция и ротор векторного произведения векторных полей, градиент скалярного произведения векторных полей.

Вычисления в криволинейных координатах.

Раздел 6. Введению в теорию векторных и тензорных полей на дифференцируемом многообразии

Понятие дифференцируемого многообразия. Примеры. Векторные и тензорные поля на многообразии. Векторные расслоения. Элементы теории связности на многообразии.

Дифференцирования векторных и тензорных полей на многообразии.

5. Образовательные технологии

Интерактивные лекции, практические занятия, групповые дискуссии анализ ситуаций и имитационных моделей, равный обучает равного, проектные семинары, зачет.

По пройденному материалу проводится контрольная проверка, результаты которой входят в накопленную оценку модуля.

Задания в тестовой форме применяются для обучения студентов и проведения промежуточных и итогового контролей.

В ходе освоения дисциплины при проведении аудиторных занятий используются следующие образовательные технологии: в виде контактной и самостоятельной работы:

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; отмечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практические занятия	Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту требуется предварительная самостоятельная работа по теме планируемого занятия (проработка конспекта лекций, учебной литературы и др.). Структура практического занятия включает в себя: вступительное слово преподавателя (тема, цель занятия); вопросы студентов по материалу, который требует дополнительных разъяснений, практическая часть (решение задач, обсуждение актуальных вопросов по теме занятия, и т.п); заключительное слово преподавателя (подведение итогов); рефлексия и самоанализ процесса и результата своей деятельности.
Работа с литературой	Студент должен освоить издания из списка основной литературы к дисциплине. Следует использовать следующую научную литературу: научные статьи журналов; статьи в сборниках научных трудов; статьи в материалах научных конференций; рецензии на опубликованные монографии научные статьи. Для поиска литературы следует использовать: предметные и систематические каталоги библиотек; библиографические указатели; реферативные журналы; указатели опубликованных в журналах статей и материалов. Кроме этого, нужно использовать литературу, указываемую авторами научных работ в подстрочных сносках на страницах книг (журналов) или в помещенных в конце книги (статьи) примечаниях, списке литературы, библиографиях. Для поиска необходимой литературы следует обращаться к библиотечным ресурсам.

Контрольная работа	Контрольная работа по дисциплине выполняется каждым студентом самостоятельно. Выполнение студентом контрольной работы – составная часть учебного процесса, одна из форм текущего контроля. Для успешного выполнения контрольной работы студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины. Выполнение работы осуществляется поэтапно: ознакомление с заданием; письменное оформление работы; проверка вычислений. После получения проверенной контрольной работы, имеющей замечания, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.
Тестирование	Для успешного прохождения теста студент должен самостоятельно осуществить проработку соответствующих тем дисциплины по конспектам лекций, основной и дополнительной литературе. Каждый студент отвечает на вопросы теста самостоятельно. После получения результатов тестирования, в случае наличия неправильных ответов, студент должен проанализировать свои ошибки, при необходимости обратившись за консультацией к преподавателю.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых вовремя аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронным и образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99б/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студента в высших учебных заведениях"

Устав федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ингушский государственный университет» приказ от 30.10.2018 №807

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1.	Раздел 1. Элементы тензорной алгебры Тема 1. Свойства полилинейных кососимметрических форм.	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Прочитать и изучить соответствующий изучаемой теме материал из дополнительной литературы. Самостоятельное изучение отдельных вопросов темы. Подготовка к следующему аудиторному занятию.	О.1-2. Д.1.	6
2.	Раздел 2. Векторная функция скалярного переменного. Тема 1. Производная векторной функции скалярного переменного, выражение в координатах.	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Прочитать и изучить соответствующий изучаемой теме материал из дополнительной литературы. Самостоятельное изучение отдельных вопросов темы. Подготовка к следующему аудиторному занятию.	О.1-2. Д.1.	6
3.	Раздел 3. Векторная функция многих скалярных аргументов. Тема 1. Первая квадратичная форма поверхности и ее применение.	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Прочитать и изучить соответствующий изучаемой теме материал из дополнительной литературы. Самостоятельное изучение отдельных вопросов темы. Подготовка к следующему аудиторному занятию.	О.1-2. Д.1.	6
4.	Раздел 4. Скалярное поле. Тема 1. Система обозначений Гамильтона.	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Прочитать и изучить соответствующий изучаемой теме материал из дополнительной литературы. Самостоятельное изучение отдельных вопросов темы. Подготовка к следующему аудиторному занятию.	О.1-2. Д.1.	5
5.	Раздел 5. Векторное поле. Тема 1. Вычисления в криволинейных координатах.	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на ауди-	Прочитать и изучить соответствующий изучаемой теме материал из дополнительной литературы. Самостоятельное изучение отдельных вопросов темы. Подготовка к следующему аудиторному занятию.	О.1-2. Д.1.	5

		торных занятий.			
6.	Раздел 6. Введению в теорию векторных и тензорных полей на дифференцируемом многообразии Тема 1. Дифференцирования векторных и тензорных полей на многообразии.	Решение практических задач, для закрепления материала, который изучался на аудиторных занятиях.	Прочитать и изучить соответствующий изучаемой теме материал из дополнительной литературы. Самостоятельное изучение отдельных вопросов темы. Подготовка к следующему аудиторному занятию.	О.1-2. Д.1.	6

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

- 1.самоконтроль и самооценка обучающегося;
- 2.контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема рабо-

ты, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимые для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

6.3.1. Контроль освоения компетенций

При проведении текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Векторный и тензорный анализ» проверяется сформированность у обучающихся компетенций, указанных в разделе 3 настоящей программы. Этапность формирования данных компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется последовательным осво-

ением дисциплин (модулей) и прохождением практик, а в процессе освоения дисциплины (модуля) – последовательным достижением результатов освоения содержательно связанных между собой разделов, тем.

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Контроль усвоения теоретического материала – контрольная работа, коллоквиумы, тесты по разделам дисциплины	Тензорный анализ	УК-1, ОПК-1
2	Контроль усвоения теоретического материала – контрольная работа, коллоквиумы, тесты по разделам дисциплины	Векторный анализ	УК-1, ОПК-1

6.3.2. Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине созданы фонды оценочных средств.

6.3.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Примерные варианты контрольной работы Раздел «Векторная функция скалярного переменного».

Вариант 0

- 1). Продифференцировать векторную функцию $r(t)$: $\bar{r}(t) = [\bar{a}e^{mt} + \bar{b}, \omega e^{mt}\bar{a}]$, $\bar{a}, \bar{b}$ - постоянные векторы
- 2). Найти производную при $t=0$ векторной функции $r(t): \bar{r}(\sin t, \cos t, t)$
 $\Phi = \bar{r}^2(\bar{a}\bar{r})$

3). Найти градиент скалярного поля Φ :

4). Найти производную в точке M_0 по направлению к точке M_1

скалярного поля Φ : $\Phi = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $M_0(1,1,1)$, $M_1(3,2,1)$

5) . Найти ротор векторного поля $\vec{V} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{r})$, $\vec{a}, \vec{b}$ - постоянные векторы

6) . Является ли следующее поле соленоидальным? $\vec{V}(2y, -z, 2x)$

Раздел «Векторная функция многих скалярных аргументов».

Вариант 0

1. Пусть $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Тогда производная по t от $[\vec{a}\vec{r}']$, где $\vec{a}$ - постоянный вектор, равна 1) $[\vec{a}\vec{r}']$, 2) $[\vec{a}\vec{r}'] + [\vec{a}\vec{r}']$, 3) $[\vec{a}\vec{r}']$, 4) другой ответ.
2. Уравнение касательной к кривой $\vec{r} = 4\cos t \vec{i} + 4\sin t \vec{j} + 3t \vec{k}$ в точке $t=0$ имеет вид 1) $\frac{x-4}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$; 2) $\frac{x}{4} = \frac{y-4}{0} = \frac{z-3}{3}$; 3) $\frac{x-4}{4} = \frac{y}{0} = \frac{z}{3}$; 4) другой ответ.
3. Градиент скалярного поля $\varphi = |\vec{r}|^n$ равен 1) $\frac{\vec{r}^0}{|\vec{r}|}$, 2) $n|\vec{r}|^{n-1}$, 3) $n|\vec{r}|^{n-1}\vec{r}^0$, 4) другой ответ.
4. Поверхность уровня скалярного поля $\varphi = 2x^2 + y^2 - 3z^2$ в точке $(1; -2; 0)$ представляет из себя 1) конус второго порядка, 2) однополостный гиперболоид, 3) двуполостный гиперболоид, 4) другой ответ.
5. Производная скалярного поля $\varphi = xyz$ в точке $(1; 1; 1)$ по направлению радиус-вектора этой точки равна 1) 3, 2) $\sqrt{3}$, 3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$, 4) другой ответ.
6. Семейство силовых линий векторного поля $\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j}$ определяется уравнениями 1) $x + y = c$, 2) $\frac{x}{y} = c$, 3) $xy = c$, 4) другой ответ.
7. Дивергенция векторного поля $\vec{a} = (\vec{r}\vec{c})\vec{c}$, где $\vec{c}$ - постоянный вектор, равна 1) $\vec{c}^2$, 2) $\vec{r}\vec{c}$, 3) 0, 4) другой ответ.
8. При условии $\text{rot } \vec{r} = \vec{0}$, ротор векторного поля $\vec{a} = [|\vec{c}\vec{b}|\vec{r}]$, где $\vec{c}, \vec{b}$ - постоянные векторы, равен 1) $2|\vec{c}\vec{b}|$, 2) $2|\vec{b}\vec{c}|$, 3) $\vec{0}$, 4) другой ответ.
9. Векторное поле $\vec{a} = x(z^2 - y^2)\vec{i} + y(x^2 - z^2)\vec{j} + z(y^2 - x^2)\vec{k}$ 1) соленоидально, но не потенциально, 2) потенциально, но не соленоидально, 3) не является соленоидальным и потенциальным, 4) другой ответ.
10. Потенциал поля $\vec{a} = 2xy\vec{i} + (x^2 - 2yz)\vec{j} - y^2\vec{k}$ равен 1) $x^2y + c$, 2) $x^2y - y^2z + c$, 3) поле не потенциально, 4) другой ответ.

Контрольные вопросы к курсу

1. Предел векторной функции скалярного переменного, формальные свойства. Непрерывность векторной функции скалярного переменного.
2. Производная векторной функции скалярного переменного, выражение в координатах. Свойства производной.
3. Годограф. Геометрический смысл производной векторной функции скалярного переменного.
4. Понятие гладкой регулярной кривой. Длина дуги кривой. Длина дуги как натуральный параметр. Производная векторной функции по натуральному параметру.
5. Векторная функция двух скалярных аргументов. Частные производные. Поверхность и формы ее задания. Элементы дифференциальной геометрии поверхности: нормали и касательные к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности и ее применение.
6. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Дифференцируемость скалярного поля, градиент.

7. Производная скалярного поля по направлению. Связь градиента с производной по направлению.
8. Алгебраические и геометрические свойства градиента. Вычисления градиента и производной по направлению в координатах. Система обозначений Гамильтона.
9. Векторное поле. Дифференцируемость векторного поля, дифференциальный оператор. Матрица дифференциального оператора в декартовых координатах. Производная векторного поля по направлению.
10. Дивергенция векторного поля, свойства, вычисление в координатах. Поток векторного поля через поверхность. Теорема Гаусса-Остроградского. Выражение дивергенции через поток. Соленоидальные векторного поля и их признаки.
11. Ротор векторного поля, его выражение в декартовых координатах и через гамильтониан. Формальные свойства ротора. Теорема Стокса.
12. Потенциальные векторные поля. Различные признаки потенциальности.
13. Некоторые формулы векторного анализа: дивергенция и ротор векторного произведения векторных полей.
14. Некоторые формулы векторного анализа: градиент скалярного произведения векторных полей.
15. Вычисление дивергенции, ротора и градиента в криволинейных ортогональных системах координат.

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов. Компьютерный класс.

7.1. Учебная литература:

а) основная литература:

1. Акивис М.А., Тензорное исчисление [Электронный ресурс]: Учеб. пособ. / Акивис М. А., Гольдберг В. В. - 3-е изд., перераб - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 304 с. - ISBN 5-9221- 0424-1 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104241.html>
2. Краснов М.Л. Векторный анализ: Задачи и примеры с подробными решениями: книга была допущена М-вом высшего и среднего специального образования СССР в качестве учеб. пособ. для вузов . - изд. 2-е ; испр. - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 144 с. - (Вся высшая математика в задачах). - ISBN 5-354-00014-9 : 107-50. (14 экз)

б) дополнительная литература:

1. Киреев И.В., Тензорный анализ и дифференциальная геометрия [Электрон-

ный ресурс]: учеб. пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауф, Д.В. Левчук, Я.Н. Нущин - Красноярск : СФУ, 2017. - 102 с. - ISBN 978-5-7638-3622-6 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763836226.html>

7.2. Интернет-ресурсы

Название ресурса	Ссылка/доступ
Электронная библиотека онлайн «Единое окно Образовательным ресурсам»	http://window.edu.ru
«Образовательный ресурс России»	http://school-collection.edu.ru
Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ, ГИА	http://www.edu.ru –
Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР)	http://fcior.edu.ru –
ЭБС "КОНСУЛЬТАНТ СТУДЕНТА". Электронная библиотека технического вуза	http://polpred.com/news
Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система	http://www.studentlibrary.ru –
Издательство «Лань». Электронно-библиотечная система	http://e.lanbook.com –
Еженедельник науки и образования Юга России «Академия»	http://old.rsue.ru/Academy/Archives/Index.htm
Научная электронная библиотека «e-Library»	http://elibrary.ru/defaultx.asp –
Электронно-библиотечная система IPR books	http://www.iprbookshop.ru –
Электронно-справочная система документов в сфере образования «Информо»	http://www.informio.ru
Информационно-правовая система «Гарант»	Сетевая версия, доступна со всех компьютеров в корпоративной сети ИнГГУ

7.3. Программное обеспечение

Для проведения лекционных и лабораторных занятий рекомендуется использовать программное обеспечение: операционная система ОС Windows 7 и выше, пакет Microsoft Office 2010 и выше, обслуживающие программы и среды разработки программ по выбору преподавателей.

7.4. Материально-техническое обеспечение

Материально-техническое обеспечение учебного процесса по дисциплине определено нормативными требованиями, регламентируемыми приказом Министерства образования и науки РФ № 986 от 4 октября 2010 г. «Об утверждении федеральных требований к образовательным учреждениям в части минимальной оснащенности учебного процесса и оборудования учебных помещений», Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки.

Аудитория №303. 386132, Республика Ингушетия, г.о. город Назрань, г.Назрань, тер. Гамурзиевский административный округ, ул. Магистральная, д. 39«а» Ауд. №303 Площадь 71.6 м²	Специализированная учебная мебель для обучающихся и преподавателя; технические средства обучения (компьютерная техника, доска, мультимедийное оборудование: интерактивная доска, проектор); доступ к информационно-телекоммуникационной сети Интернет; учебно-методические материалы.
Для самостоятельной работы обучающихся. Аудитория № 116 386132, Республика Ингушетия, г.о. город Назрань, г.Назрань, тер. Гамурзиевский административный округ, ул. Магистральная, д. 39«а» Ауд. №116. Площадь 36,2 м²	Рабочие места для обучающихся, технические средства обучения (ноутбук, доска), доступ к сети Интернет, учебно-методические материалы, электронные образовательные ресурсы.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

1. самоконтроль и самооценка обучающегося;
2. контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет-ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

- рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимы для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Определение множества, подмножества. Множество, ограниченное сверху (снизу), просто ограниченное.
2. Определение точной верхней (нижней) грани множества.
3. Определение простой, сложной, обратной функции.
4. Определение четной, нечетной и периодической функции.
5. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке, на отрезке $[a, b]$
6. Способы задания функции.
7. Определение последовательности.
8. Определение последовательности, ограниченной сверху (снизу), просто ограниченной.

9. Определение бесконечно большой (б. б.) последовательности (бесконечный предел).
10. Определение бесконечно малой (б. м.) последовательности (нулевой предел)
11. Доказать теорему о сумме двух б.м. последовательностей.
12. Доказать теорему о разности двух б.м. последовательностей.
13. Доказать теорему об ограниченности двух б.м. последовательностей.
14. Доказать теорему о произведении б.м. на ограниченную последовательность.
15. Доказать теорему о переходе б.м. в б.б. последовательность и наоборот.
16. Определение сходящейся последовательности (конечный предел).
17. Доказать основную теорему о сходящейся последовательности.
18. Доказать теорему о единственности предела сходящейся последовательности.
19. Доказать теорему об ограниченности сходящейся последовательности.
20. Доказать теорему об арифметических действиях со сходящимися последовательностями.
21. Достаточные условия отсутствия предела последовательности.
22. Определение расходящейся последовательности.
23. Доказать отсутствие предела последовательности

$$(-1)^n, \left\{ 2^{n \cdot (-1)^n} \right\}, \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right) \right\}, \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2} n\right) \right\}.$$
24. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной последовательности.
25. Определение невозрастающей, неубывающей, монотонной последовательности.
26. Доказать теорему о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
27. Теорема о сходимости последовательности

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right\}.$$
28. Доказать теорему о пределе промежуточной последовательности.
29. Определение конечного и бесконечного пределов функции в точке.
30. Достаточные условия отсутствия предела функции.
31. Найти предел функции $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, при $x \rightarrow \infty$.
32. Определение б.м. и б.б. функции в точке.
33. Определение б.м. функций одного порядка.
34. Определение эквивалентных б.м. функций.
35. Определение б.м. функции более высокого порядка малости.
36. Свойства значка $\circ ()$.
37. Определение б.б. функций одного порядка роста.
38. Определение б.б. функции более высокого порядка роста.
39. Доказать первую теорему о существовании предела функции в точке.
40. Теорема об арифметических действиях с пределами функций.
41. Определение односторонних (правого и левого) пределов функции в точке.
42. Вторая теорема о существовании предела функции в точке.
43. Доказать теорему об арифметических действиях с непрерывными функциями.
44. Доказать первый замечательный предел.
45. Доказать второй замечательный предел.
46. Таблица эквивалентных функций.
47. Первое и второе определения непрерывной функции в точке.
48. Исследовать на непрерывность функцию $y = \sin nx, y = \cos nx, y = x^3, y = x^4, y = e^{nx}$ при $x \in R$.
49. Исследовать на непрерывность функцию $y = \ln x$ при $x > 0$.
50. Определение односторонней (левой и правой) непрерывности функции в точке.
51. Теорема о непрерывности функции в точке.
- Классификация точек разрыва функции.

- Исследовать на непрерывность функции:

$$y = \sin \frac{1}{x}, y = \cos \frac{1}{x}, y = e^{1/x}, y = \frac{1}{1 + 2^{1/x}}, y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, y = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x} \text{ в точке } x=0.$$

- Доказать теорему о непрерывности сложной функции в точке.
- Определение производной функции. Ее геометрический и физический смысл.
- Уравнение касательной и нормали к графику функции.

52. Определение дифференцируемой функции.

53. Доказать теорему о дифференцируемости функции.

54. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции.

55. Определение дифференциала функции.

56. Доказать теорему о производной суммы и разности двух функций.

57. Доказать теорему о производной произведения двух функций.

58. Доказать теорему о производной частного двух функций.

59. Исходя из определения, найти производную функции

$$y = x^a, y = x^3, y = x^4, y = \sin ax, y = \sin(ax^2), y = \cos ax, y = \cos(ax^2), y = e^{ax}, y = e^{-ax^2}, y = 2^{-ax^2}, y = \ln nx$$

65. Таблица производных элементарных функций.

66. Доказать теорему о производной сложной функции.

67. Доказать теорему о производной обратной функции.

68. Исходя из теоремы о производной обратной функции, найти производную функции

$$y = \operatorname{arctgx}, y = \operatorname{arcctgx}, y = \arcsin x, y = \arccos x.$$

69. Определение параметрически заданной функции.

70. Первая производная параметрически заданной функции.

71. Односторонние (левая и правая) производные функции в точке.

72. Теорема о существовании производной функции в точке.

73. Найти производную функции $y = |x|, y = \sqrt[3]{x^2}, y = \sqrt[5]{x^4}$ в точке $x=0$.

74. Доказать инвариантность формы первого дифференциала.

75. Свойства первых дифференциалов.

76. Таблица первых дифференциалов.

77. Определение возрастающей, убывающей, строго монотонной функции в точке.

78. Доказать теорему о достаточных условиях монотонности дифференцируемой функции в точке.

79. Определение точек локального максимума, минимума, экстремума функции.

80. Доказать теорему Ферма (о необходимых условиях экстремума дифференцируемой функции).

81. Определение стационарной точки дифференцируемой функции.

82. Доказать теорему Ролля (о нуле производной).

83. Доказать теорему Лагранжа (формула конечных приращений).

84. Доказать теорему Коши (обобщенная формула конечных приращений).

85. Правило Лопиталя.

86. Формула Тейлора.

87. Написать первые три ненулевых члена ряда Тейлора функции $y = x^4, y = x^5$ в точке $x_0 = 1$.

88. Формула Маклорена.

89. Написать первые три ненулевых члена ряда Маклорена функции

$$y = (x-1)^4, y = (x-1)^5, y = (x-1)^6.$$

90. Доказать теорему о необходимых условиях экстремума функции.
91. Определение критической точки функции.
92. Доказать теорему о достаточных условиях экстремума функции.
93. Определение выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции.
94. Теорема о достаточных условиях выпуклости (вогнутости) дифференцируемой функции.
95. Определение точки перегиба дифференцируемой функции.
96. Необходимые условия точки перегиба дифференцируемой функции.
97. Достаточные условия точки перегиба дифференцируемой функции.
98. Определение наклонной (правой, левой) и вертикальной асимптот графика функции.
99. Теорема о наклонной асимптоте графика функции.

Дополнительные вопросы

1. Всякая ли дифференцируемая функция является непрерывной?
2. Всякая ли непрерывная функция является дифференцируемой?
3. Всякая ли дифференцируемая в точке функция имеет касательную к графику в этой точке?
4. Всякая ли стационарная точка является критической?
5. Всякая ли критическая точка является стационарной?
6. Существует ли касательная к графику дифференцируемой функции в точке перегиба?
7. В любой ли критической точке существует касательная к графику?
8. В любой ли стационарной точке существует касательная к графику?

Контрольные работы

Векторный и тензорный анализ

Вариант 1.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(1,-1,0), B(2,3,1), C(-1,1,1), D(4,3,-5)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $A_{ikl}\delta_{im}\delta_{mj}\delta_{kn}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $A_{ik} B_k$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $rot[\vec{r}, [\vec{a}, \vec{r}]]$

Задание 5.

Записать матрицу поворота на угол $\pi/4$ вокруг оси X.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_i C_i x_i$$

Задание 7.

Определить, образует ли векторное пространство

а) множество упорядоченных пар действительных чисел (x, y);

б) множество комплексных чисел?

Если ответ положительный, то определить размерность пространства, дать возможное определение скалярного произведения его элементов, предложить (ортонормированный) базис.

Вариант 2.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(2,0,3), B(1,1,1), C(4,6,6), D(-1,2,3)

Задание 2.

Просуммировать выражение с ϵ -символом: $A_{ikl} B_{lm} \delta_{li} \delta_{kn} \delta_{mp}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $A_j B_k$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $rot[\vec{a}, \vec{r}]$

Задание 5.

Записать матрицу поворота на угол $\pi/2$ вокруг оси X.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \sum_i x_i x_i$$

Задание 7.

Определить, образует ли векторное пространство

а) множество комплексных матриц 2×2 ;

б) множество непрерывных на промежутке $x \in [0, 1]$ функций;

Если ответ положительный, то определить размерность пространства, дать возможное определение скалярного произведения его элементов, предложить (ортонормированный) базис.

Вариант 3.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(-3,1,1), B(0,-4,-1), C(5,1,3), D(4,6,-2)

Задание 2.

Просуммировать выражение с δ -символом: $\delta_{il} \delta_{ki} \delta_{lj} \delta_{kj}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $\delta_{ik} B_{nl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $rot \frac{[\vec{a}, \vec{r}]}{r^3}$

Задание 5.

Проверить свойство ортогональности матрицы поворота на угол $\pi/3$ вокруг оси Z.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} C_{ik} x_i x_{i,k}$$

Задание 7.

Доказать, что определитель матрицы поворота равен единице.

Вариант 4.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(2,1,-4), B(-3,-5,6), C(0,-3,-1), D(-5,2,-8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $C_{ikm}\delta_{ki}\delta_{ml}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $A_{kl}B_iC_m$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{rot} [\vec{r}, [\vec{b}, \vec{r}]]$

Задание 5.

Построить матричное представление группы перестановок трех чисел (1,2,3).

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} A_i \sin x_k$$

Задание 7.

Показать, что единственным «изотропным» вектором (компоненты которого одинаковы во всех системах координат) является нулевой вектор.

Вариант 5.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(1,1,4), B(2,1,2), C(1,-1,2), D(6,-3,8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $T_{ijk}A_{im}\delta_{il}\delta_{km}\delta_{jp}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{ilm}B_mC_i$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{grad } r$

Задание 5.

Построить таблицу умножения группы C_4 .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} A_i \sin x_k^2$$

Задание 7. Параллелепипед построен на трёх некопланарных векторах $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Найти площади его диагональных сечений и объем.

Вариант 6.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(0,-1,2), B(3,2,1), C(-1,2,1), D(3,3,-5)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $T_{ijkm}\delta_{il}\delta_{jl}\delta_{kj}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{ijk}A_{ik}B_{jl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{div } \varphi(\vec{r})\vec{r}$

Задание 5.

Записать матрицу поворота на угол $\pi / 3$ вокруг оси X .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_i C_i x_i$$

Задание 7.

Определить, образует ли векторное пространство

а) множество упорядоченных пар действительных чисел (x, y) ;

б) множество комплексных чисел?

Если ответ положительный, то определить размерность пространства, дать возможное определение скалярного произведения его элементов, предложить (ортонормированный) базис.

Вариант 7.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты

A(1,0,2), B(1,-1,1), C(2,6,6), D(-1,5,3)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $C_{ijk}\delta_{jm}\delta_{ml}\delta_{li}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{mn}D_{kl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $rot\varphi(r)\vec{r}$

Задание 5. Найти функцию $\varphi(r)$, удовлетворяющую уравнению $div \varphi(r)r = 0$.

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_k^2} \sum_i x_i x_i$$

Задание 7. Найти значения коэффициентов Ламэ для сферической системы координат

Вариант 8.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты

A(-3,2,1), B(0,-3,-1), C(2,1,3), D(5,6,-2)

Задание 2.

Просуммировать выражение с -символом: $A_{ik}B_{ml}C_{jnt}\delta_{it}\delta_{kl}\delta_{mp}\delta_{ip}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $C_{lmnp}D_{imp}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $rot\frac{1}{2}(\vec{a} \times \vec{r}), \vec{a} = const$

Задание 5.

Проверить свойство ортогональности матрицы поворота на угол $\pi / 4$ вокруг оси Z .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} C_{ik} x_i x_{i,k}$$

Задание 7. Показать, что последовательно проделанные преобразования двумерного поворота с углами φ_1 и φ_2 эквивалентны одному повороту с углом $(\varphi_1 + \varphi_2)$.

Вариант 9.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(2,1,-2), B(-2,-5,6), C(0,-6,-1), D(-5,3,-8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с δ -символом: $\delta_{ij} \delta_{jk} \delta_{kl} \delta_{lm} \delta_{mi}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $C_{ijk} \delta_{jm} \delta_{km}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{div} [\vec{r}, [\vec{b}, \vec{r}]]$

Задание 5.

Построить матричное представление группы перестановок трех чисел (2,3,4).

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \sum_{i,k} A_i \sin x_i$$

Задание 7. Найти поток радиус-вектора через замкнутую поверхность цилиндра радиуса a и высотой h .

Вариант 10.

Задание 1.

Вычислить объем пирамиды ABCD, вершины которой имеют координаты A(1,2,6), B(3,1,3), C(1,-3,2), D(6,-3,8)

Задание 2.

Просуммировать выражение с δ -символом: $A_{ik} B_{ml} \delta_{im} \delta_{kl}$

Задание 3.

Записать закон преобразования и указать ранг величины: $T_{ijk} A_{ik} B_{jl}$

Задание 4.

Вычислить, используя какой-либо из способов – представление в декартовой системе координат, в тензорной или векторной форме: $\text{grad} \frac{1}{r}$

Задание 5.

Построить матричное представление группы C_4 .

Задание 6.

Продифференцировать:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{i,k} A_i \cos x_k^2$$

Задание 7.

Найти поток радиус-вектора через замкнутую поверхность конуса с радиусом основания a и высотой h .

Вопросы "Векторный и тензорный анализ"

1. Определение скаляра и вектора. Примеры.
2. Сложение, вычитание векторов, заданных геометрически. Примеры.
3. Умножение вектора на скаляр. Коллинеарность и компланарность векторов. Равенство векторов. Три рода векторов (спинальный, аксиальный, полярный). Единичные векторы. Примеры.
- 4 Противоположный вектор. Дистрибутивный и коммутативные законы умножения векторов на скаляр.
- 5 вектора по трем некомпланарным векторам. Примеры.
6. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Правая и левая системы координат.
7. Аналитическое выражение равенства, сложения и вычитания векторов.
8. Равнодействующая нескольких сил (в статике): геометрически и в проекциях.
9. Найти координаты точки пересечения медиан треугольника с вершинами А,В,С.
10. Скалярное произведение 2-х векторов заданных геометрически. Коммутативность, дистрибутивность и ассоциативность.
11. Скалярное произведение 2-х векторов заданных координатами . Условия инвариантности, перпендикулярности. Примеры.
12. Преобразование координат от одной системы к другой. Таблица перехода.
13. Векторное произведение двух векторов, заданных геометрически. Запись, свойства. Пример.
14. Векторное произведение векторов заданных координатами . Свойства. Пример.
15. Смешанное произведение 3-х векторов заданных геометрически. Пример.
16. Смешанное произведение в координатах. Пример.
17. Двойное векторное произведение: определение, формула Лагранжа.
18. Тождество Ли-Якоби.
19. Вектор-функция: геометрически; в координатах. Годограф, чертеж. Пример.
20. Предел и непрерывность вектор -функции скалярного аргумента. Пример.
21. Производная по направлению. Градиент.
22. Интеграл вектор -функции скалярного аргумента.
23. Скалярное поле. Линии уровня.
24. Векторное поле: определение, геометрически и в координатах.
25. Что такое тензор, и где используется. Тензор нулевого ранга.
- 26 Что такое тензор. Тензор первого ранга.
27. Что такое тензор. Тензор второго ранга.
28. Прямое и обратное преобразование двух базисов с общим началом.
29. Контравариантные и ковариантные векторы. Сокращенные обозначения Эйнштейна.

Рабочая программа дисциплины «Векторный и тензорный анализ» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «07» августа 2020 г. № 891

Программу составила:

Старший преподаватель кафедры «Математический анализ»

Оздоева Ева Висхаевна_____.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № __8__ от «27» _апреля_ 2026 г

Программа одобрена Учебно-методической комиссией физико-математического факультета
Протокол № 6 от «28» апреля 2026 года.

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой
2026-2027 ^{уг}	Протокол №11 от 27.04.26г.	Прописаны индикаторы достижения компетенций (знать, уметь, владеть). Фонд оценочных средств указан как приложение	